

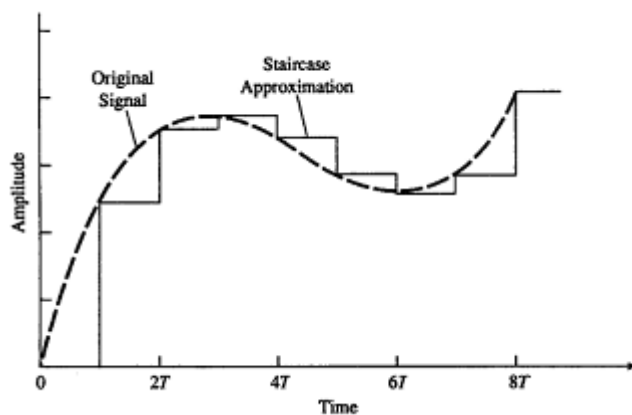
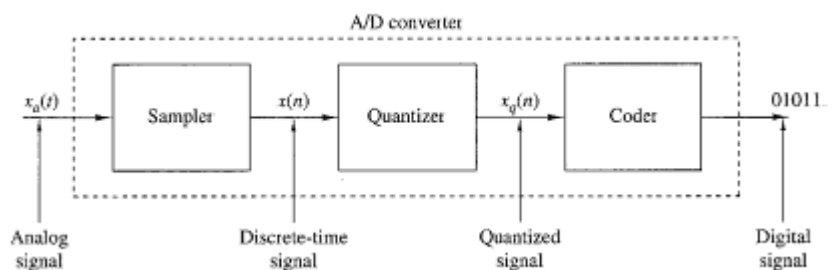
1.4 KONVERSI ANALOG-KE DIGITAL DAN DIGITAL-KE-ANALOG

Sinyal-sinyal analog di alam:

1. Suara
2. Sinyal biologis
3. Sinyal seismik
4. Sinyal radar
5. Sinyal sonar
6. Sinyal audio dan video

Tiga langkah proses konversi A/D:

1. Pencuplikan.
Adalah konversi sinyal waktu kontinu menjadi sinyal waktu diskret yang diperoleh dengan mengambil "cuplikan" sinyal waktu kontinu pada saat waktu diskret.
 $x_a(nT) \equiv x(n)$, dengan T adalah selang pencuplikan
2. Kuantisasi.
Adalah konversi sinyal yang bernilai kontinu waktu diskret menjadi sinyal (digital) bernilai diskret, waktu diskret. Selisih antara cuplikan $x(n)$ yang tidak terkuantisasi dan keluaran $x_q(n)$ yang terkuantisasi dinamakan Galat kuantisasi (Quantization error)
3. Pengkodean
Dalam proses pengkodean, setiap nilai diskret $x_q(n)$ digambarkan dengan suatu barisan biner-b.



Prinsip konversi A/D, sinyal analog dapat disusun kembali dari cuplikan, yang memberikan bahwa laju pencuplikan cukup tinggi untuk menghindari masalah yang biasanya dinamakan pengaliansan (aliasing).

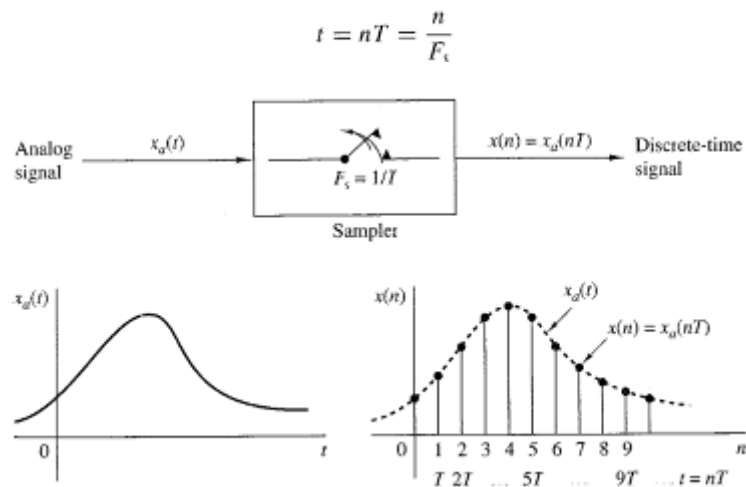
1.4.1 Pencuplikan Sinyal Analog

Pencuplikan periodik atau pencuplikan seragam, yang merupakan tipe pencuplikan yang sering digunakan dalam praktik.

$$x(n) = x_a(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

$x(n)$ adalah sinyal waktu-diskret yang diperoleh dengan “mengambil cuplikan-cuplikan” sinyal analog $x_a(t)$ setiap detik.

T selang waktu antara cuplikan yang berurutan dinamakan periode pencuplikan atau selang cuplikan $1/T = F_s$ dinamakan laju pencuplikan (cuplikan per sekon) atau frekuensi pencuplikan (Hertz)



F (atau Ω) untuk sinyal analog dan variabel frekuensi f (atau ω) untuk sinyal waktu-diskret. Untuk menetapkan hubungan ini, perhatikan sinyal sinusoida analog yang berbentuk:

$$x_a(t) = A \cos(2\pi Ft + \theta)$$

bila dicuplik secara periodik pada laju $F_s = 1/T$ cuplikan per sekon, menghasilkan

$$\begin{aligned} x_a(nT) &\equiv x(n) = A \cos(2\pi F nT + \theta) \\ &= A \cos\left(\frac{2\pi n F}{F_s} + \theta\right) \end{aligned}$$

Jika membandingkan variabel frekuensi F dan f berhubungan secara linear yaitu:

$$f = \frac{F}{F_s}$$

Atau ekuivalen

$$\omega = \Omega T$$

Hubungan tersebut membenarkan nama frekuensi relatif atau ternormalisasi.

Inerval variabel frekuensi F atau Ω untuk sinusoida waktu-kontinu adalah

$$-\infty < F < \infty$$

$$-\infty < \Omega < \infty$$

Namun, untuk situasi sinyal waktu-diskret adalah

$$-\frac{1}{2} < f < \frac{1}{2}$$

$$-\pi < \omega < \pi$$

Dengan substitusi ketiga persamaan terakhir, maka didapatkan bahwa frekuensi sinusoida waktu-kontinu bila dicuplik pada laju $F_s = 1/T$, harus berada dalam interval,

$$-\frac{1}{2T} = -\frac{F_s}{2} \leq F \leq \frac{F_s}{2} = \frac{1}{2T}$$

Atau ekuivalen

$$-\frac{\pi}{T} = -\pi F_s \leq \Omega \leq \pi F_s = \frac{\pi}{T}$$

Hubungan ini diringkas dalam tabel 1 berikut:

Continuous-time signals		Discrete-time signals	
$\Omega = 2\pi F$		$\omega = 2\pi f$	
$\frac{\text{radians}}{\text{sec}}$	Hz	$\frac{\text{radians}}{\text{sample}}$	$\frac{\text{cycles}}{\text{sample}}$
$\begin{matrix} \xrightarrow{\omega = \Omega T, f = F/F_s} \\ \xleftarrow{\Omega = \omega/T, F = f \cdot F_s} \end{matrix}$		$-\pi \leq \omega \leq \pi$	
		$-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2}$	
$-\infty < \Omega < \infty$		$-\pi/T \leq \Omega \leq \pi/T$	
$-\infty < F < \infty$		$-F_s/2 \leq F \leq F_s/2$	

Pencuplikan periodik suatu sinyal waktu-kontinu menunjukkan pemetaan interval frekuensi tak berhingga untuk variabel f (atau ω). Karena frekuensi tertinggi dalam sinyal waktu-diskret adalah $\omega = \pi$ atau $f = 1/2$, dengan laju pencuplikan F_s , nilai-nilai F dan Ω tertinggi yang sesuai adalah

$$F_{\max} = \frac{F_s}{2} = \frac{1}{2T}$$

$$\Omega_{\max} = \pi F_s = \frac{\pi}{T}$$

Contoh

Pemakaian hubungan frekuensi ini dapat dinilai dengan memperhatikan dua sinyal sinusoida analog

$$x_1(t) = \cos 2\pi(10)t$$

$$x_2(t) = \cos 2\pi(50)t$$

Yang dicuplik dengan laju $F_s = 40$ Hz. Sinyal waktu-diskret atau barisan yang sesuai adalah

$$x_1(n) = \cos 2\pi \left(\frac{10}{40} \right) n = \cos \frac{\pi}{2} n$$

$$x_2(n) = \cos 2\pi \left(\frac{50}{40} \right) n = \cos \frac{5\pi}{2} n$$

Namun, $\cos 5\pi n/2 = \cos(2\pi n + \pi n/2) = \cos \pi n/2$. Maka $x_2(n) = x_1(n)$.

Penting untuk memperhatikan bahwa F_2 bukan hanya alias dari F_1 tetapi pada laju pencuplikan 40 cuplikan per sekon, $F_3 = 90$ Hz juga merupakan alias dari F_1 , $F_4 = 130$ Hz dst. Seluruh sinusoida $\cos 2\pi(F_1 + 40k)t$, $k = 1,2,3,4,\dots$ yang dicuplik 40 cuplikan per sekon menghasilkan nilai-nilai identik.

Umumnya pencuplikan sinyal sinusoida waktu-diskret

$$x_a(t) = A \cos(2\pi F_0 t + \theta)$$

Dengan laju pencuplikan $F_s = 1/T$ menghasilkan sinyal waktu-diskret

$$x(n) = A \cos(2\pi f_0 n + \theta)$$

Dengan $f_0 = F_0/F_s$ adalah realtif sinusoida. Jika mengasumsikan bahwa $-F_s/2 \leq F_0 \leq F_s/2$, frekuensi f_0 dari $x(n)$ adalah interval $-1/2 \leq f_0 \leq 1/2$, yang merupakan interval frekuensi untuk sinyal waktu diskret. Dalam kasus ini, hubungan antara f_0 dan F_0 adalah satu ke satu, dan karena itu hal tersebut mungkin mengidentifikasi (atau rekonstruksi) sinyal analog $x_a(t)$ dan cuplikan $x(n)$.

Sebaliknya, sinusoida

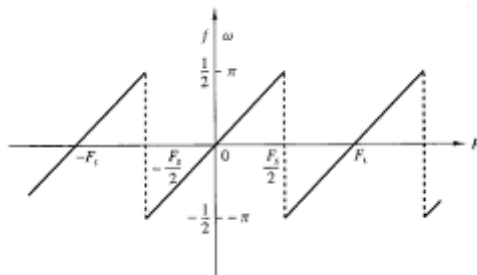
$$x_a(t) = A \cos(2\pi F_k t + \theta)$$

$$F_k = F_0 + kF_s, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

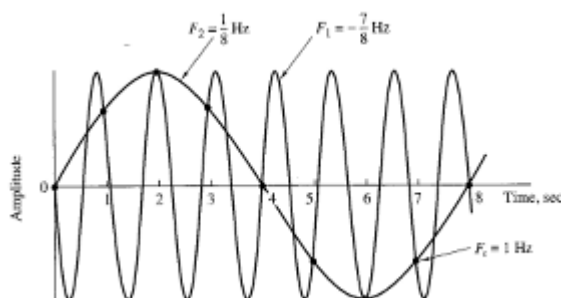
Dicuplik dengan laju F_s . Konsekuensinya sinyal yang dicuplik adalah

$$\begin{aligned} x(n) = x_a(nT) &= A \cos\left(2\pi \frac{F_0 + kF_s}{F_s} n + \theta\right) \\ &= A \cos(2\pi n F_0 / F_s + \theta + 2\pi k n) \\ &= A \cos(2\pi f_0 n + \theta) \end{aligned}$$

Yang identik dengan $x(n)$ sebelumnya.



Suatu contoh pengaliansan dengan dua sinusoid yang mempunyai frekuensi $F_0 = 1/8$ Hz dan $F_1 = -7/8$ Hz menghasilkan cuplikan-cuplikan yang identik bila laju pencuplikan $F_s = 1$ Hz digunakan. Buktikan....!



Jadi jumlah sinusoida waktu-kontinu tak berhingga disajikan dengan pencuplikan sinyal waktu-diskret yang sama (yaitu himpunan cuplikan yang sama).

Latihan:

1. Perhatikan sinyal analog

$$x_a(t) = 3 \cos 100\pi t$$

- (a) Tentukan laju pencuplikan minimum yang dibutuhkan untuk menghondari pengaliansan
- (b) Andaikan bahwa sinyal cuplik dengan laju 200 Hz. Berapa sinyal waktu-diskret yang diperoleh sesudah pencuplikan?
- (c) Andaikan bahwa sinyal dicuplik pada laju 75 Hz. Berapa sinyal waktu-diskret yang diperoleh sesudah pencuplikan?
- (d) Berapa frekuensi $0 < F < F_s/2$ dari suatu sinusoida yang menghasilkan cuplikan-cuplikan identik dengan yang diperoleh dalam bagian (c)?

2. Perhatikan sinyal analog

$$x_a(t) = 3 \cos 50\pi t + 10 \sin 300\pi t - \cos 100\pi t$$

Berapa laju Nyquist untuk sinyal ini?

3. Perhatikan sinyal analog

$$x_a(t) = 3 \cos 2000\pi t + 5 \sin 6000\pi t + 10 \cos 12000\pi t$$

- (a) Berapa laju Nyquist untuk sinyal ini?
- (b) Sekarang asumsikan bahwa kita mencuplik sinyal ini menggunakan laju pencuplikan $F_s = 5000$ cuplikan/sekon. Berapa sinyal waktu-diskret yang diperoleh sesudah pencuplikan?
- (c) Berapa sinyal analog $y_a(t)$ yang dapat kita susun ulang dari pencuplikan menggunakan interpolasi ideal?